# ２０１１年度　花園高等学校　第１回入学試験問題　数学　〈特進〉

※Ｉは答えだけを書き，それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

Ｉ．次の各問いに答えなさい。

(1)　$-\dfrac{1}{2} \div \left\{ -20 \div (-16) - \dfrac{3}{2} \right\} \times 2$　を計算しなさい。

(2)　$\sqrt{6} - \left( \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2 \right)^2$　を計算しなさい。

(3)　$(0.5x^3y)^2 \div \left( -\dfrac{3}{4}x^3y^2 \right)$　を計算しなさい。

(4)　$9x^2 - 24x + 16 - 16y^2$　を因数分解しなさい。

(5)　連立方程式 $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 2x = 3y - 5 \end{cases}$　を解きなさい。

(6)　２次方程式　$(x-2)^2 - 3(x-2) - 10 = 0$　を解きなさい。

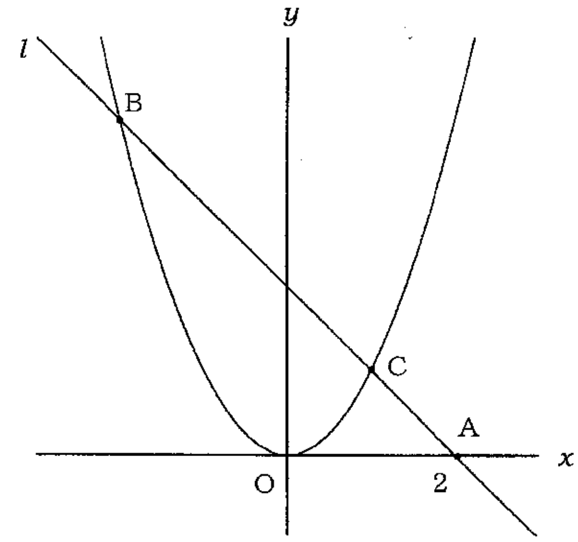
(7)　$\sqrt{\dfrac{480}{n}}$ が自然数となるような最も小さい自然数 $n$ を求めなさい。

II．２個のさいころＡ，Ｂを同時に投げて，出た目の数をそれぞれ $a$，$b$ とする。
このとき，次の各問いに答えなさい。
ただし，さいころには１～６の目があり，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1)　$a + b$ が４の倍数になる確率を求めなさい。

(2)　$\dfrac{b}{a}$ が整数になる確率を求めなさい。

Ⅲ．右の図のように，点Ａ（ 2， 0 ）を通り傾きが $a$ である直線 $l$ が，放物線 $y = x^2$ と異なる２点Ｂ，Ｃで交わっている。
また，点Ｂの $x$ 座標は－２である。このとき，次の各問いに答えなさい。



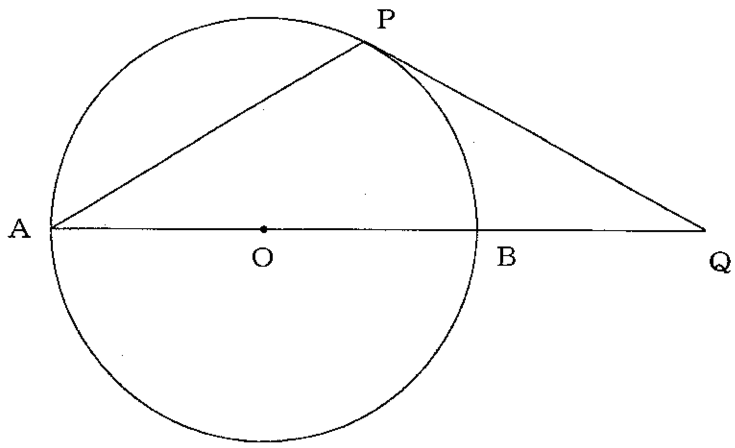

(1)　$a$ の値を求めなさい。

(2)　点Ｃの座標を求めなさい。

(3)　△ＯＢＣの面積を求めなさい。

(4)　直線 $l$ と平行である直線 $m$ を放物線 $y = x^2$ と異なる２点で交わるように引く。直線 $m$ 上の点をＰとするとき，△ＰＢＣの面積が６となった。直線 $m$ の式を求めなさい。

Ⅳ．右の図のように，線分ＡＢを直径とする円Ｏ上に点Ｐをとり，点Ｐにおける接線と線分ＡＢの延長との交点をＱとする。
円の半径を２，∠ＰＡＢ＝∠ＰＱＢとするとき，
次の各問いに答えなさい。
ただし，円周率は $\pi$ として計算しなさい。

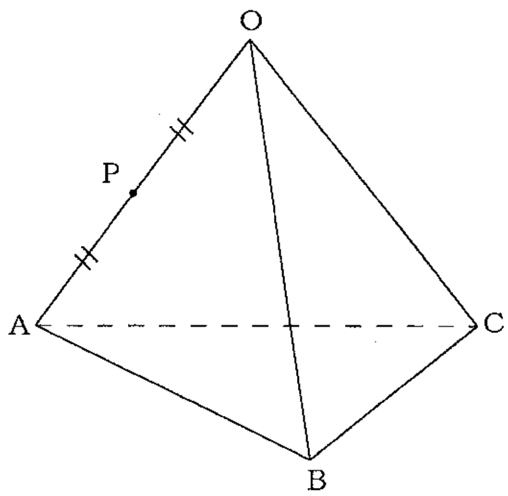



(1)　∠ＰＡＢの大きさを求めなさい。

(2)　ＰＱの長さを求めなさい。

(3)　△ＡＰＱをＡＰを軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。

Ⅴ．右の図のように，１辺の長さが６である正四面体ＯＡＢＣがある。
辺ＯＡの中点をＰとし，辺ＯＢ上に点Ｑをとる。
このとき，次の各問いに答えなさい。




(1)　点Ｑが辺ＯＢの中点のとき，ＣＱ＋ＱＰの長さを求めなさい。

(2)　ＣＱ＋ＱＰが最小となるとき，その長さを求めなさい。

# 2011年度　花園高等学校　第1回入学試験解答　数学　〈特進〉

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

※Ⅰは答えだけを書き，それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ⅰ | (1) | (2) | (3) | (4) |
| | (5) | (6) | (7) | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ⅱ | (1) | Ⅳ | (1) |
| | (2) | | (2) |
| Ⅲ | (1) | | (3) |
| | (2) | Ⅴ | (1) |
| | (3) | | (2) |
| | (4) | | |

# 2011年度 花園高等学校 第1回入学試験解答 数学 〈特進〉

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

※Ｉは答えだけを書き，それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

## Ｉ

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) 4 | (2) $5\sqrt{6}-10$ | (3) $-\frac{1}{3}x^3$ | (4) $(3x+4y-4)(3x-4y-4)$ |
| (5) $x=2$，$y=3$ | (6) $x=0, 7$ | (7) 30 | (各5点) |

## Ⅱ

(1) さいころの目の出方は全部で３６通りある。
そのうち $a+b$ が4の倍数になるのは
$(a, b)=(1,3), (2,2), (2,6), (3,1), (3,5), (4,4)$
$(5,3), (6,2), (6,6)$ の9通りある。
よって，求める確率は $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ (7点)

(2) $\frac{b}{a}$ が整数になるのは
$(a, b)=(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$
$(2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4)$
$(5,5), (6,6)$ の14通りある。
よって，求める確率は $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$ (7点)

## Ⅲ

(1) 点Ｂは $y=x^2$ 上の点なのでＢ$(-2, 4)$である。
直線 $l$ の式を $y=ax+b$ とおくと
$\begin{cases} 0=2a+b \cdots ① \\ 4=-2a+b \cdots ② \end{cases}$
①−②より $4a=-4$ よって，$a=-1$

(5点)

(2) (1)より直線 $l$ の式は $y=-x+2$
$y=x^2$ との交点の $x$ 座標は
$x^2=-x+2$
$x^2+x-2=0$
$(x+2)(x-1)=0$
$x=1, -2$ よって，Ｃ$(1, 1)$ (5点)

(3) 直線 $l$ の $y$ 切片は2なので
$\triangle OBC = 2\times(1+2)\times\frac{1}{2}$
$=3$

(5点)

(4) 直線 $l$ と直線 $m$ は平行なので，点Ｐが直線 $m$ 上のどこにあっても△ＰＢＣの面積は一定である。
点Ｐを $y$ 軸上にとり，Ｐ$(0, t)$とすると
$\triangle PBC = (t-2)\times(1+2)\times\frac{1}{2}=6$
ゆえに $t=6$
よって，直線 $m$ の式は $y=-x+6$

(6点)

## Ⅳ

(1) 点Ｐは接点なので∠ＯＰＱ ＝ 90°
△ＰＡＱの内角の和を考えると，
∠ＰＡＢ ＝ ∠ＰＱＡ ＝ ∠ＡＰＯ より
3∠ＰＡＢ ＝ 90° よって，∠ＰＡＢ ＝ 30°

(5点)

(2) △ＰＯＱにおいて
∠ＯＰＱ ＝ 90°，ＯＰ ＝ 2，∠ＰＱＯ ＝ 30° より
$PQ=2\sqrt{3}$

(5点)

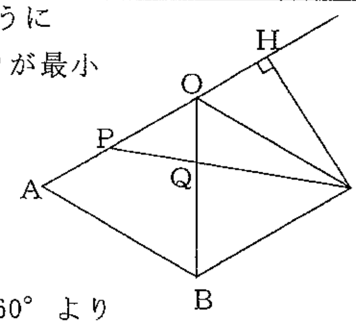
(3) 線分ＡＰの延長線上に垂線ＱＨを下ろすと，
∠ＱＰＨ＝ 60°，$PQ=2\sqrt{3}$ より
$PH=\sqrt{3}$，ＰＱ ＝ ＰＡより $AH=3\sqrt{3}$
また，ＱＨ ＝ 3 なので
求める立体の体積は
$3^2\times\pi\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{3}-3^2\times\pi\times\sqrt{3}\times\frac{1}{3}$
$=6\sqrt{3}\pi$

(7点)

## Ⅴ

(1) ∠ＣＱＯ ＝ 90°，∠ＣＯＱ ＝ 60°，ＯＱ ＝ 3 より
$CQ=3\sqrt{3}$
また，△ＯＡＢにおいて中点連結定理よりＰＱ ＝ 3
よって，$CQ+QP=3\sqrt{3}+3$ (6点)

(2) 側面の一部を右図のように展開する。ＣＱ ＋ ＱＰが最小となるのは３点Ｐ，Ｑ，Ｃが一直線上にあるときである。




線分ＡＯの延長線上に垂線ＣＨを下ろすと，
ＯＣ ＝ 6，∠ＣＯＨ ＝ 60° より
ＯＨ=3，$CH=3\sqrt{3}$
△ＣＰＨにおいて三平方の定理より
$CQ+QP=CP=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}$

(7点)